Degree (Part-II) Examination, 2024

(Subsidiary/Vocational/General)

MATHEMATICS

Paper Code : { **For Sub. : 120402** / **For Voc. : 140402** / **For Gen. : 100402**

Time : Three Hours] **[Maximum Marks : 100**

Note : Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable. The questions are of **equal** value. Answer **five** questions in **all**. **Question no. 1** is **compulsory**. Besides this, attempt at least **one** question from each Group.

परीक्षार्थी यथासम्भव अपने शब्दों में ही उत्तर दें। सभी प्रश्नों के मान समान हैं। कुल पाँच प्रश्नों को हल कीजिए। **प्रश्न सं. 1 अनिवार्य** है। इसके अतिरिक्त प्रत्येक समूह से कम-से-कम एक प्रश्न को हल कीजिए।

DOWNLOADED FROM PPULearn.com

1. Choose the correct option of the following: [10x2=20]

निम्नलिखित के सही विकल्प का चयन कीजिए :

(i) If $x\frac{dy}{dx}+3y=x$, then solution is :

(a) $x^3y=\frac{x^4}{4}+c$

(b) $x^2y^2=c$

(c) $xy+y^2+c=0$

(d) None of the above

यदि $x\frac{dy}{dx}+3y=x$, तो इसका हल है :

(a) $x^3y=\frac{x^4}{4}+c$

(b) $x^2y^2=c$

(c) $xy+y^2+c=0$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(ii) If $\frac{dy}{dx}+y\log x=x^2$, then solution is :

(a) $y=\frac{x^3}{4}+c$

(b) $y=\frac{x^4}{4}+c$

(c) $y=x+c$

(d) None of the above

यदि $\frac{dy}{dx}+y\log x=x^2$, तब इसका हल है :

(a) $y=\frac{x^3}{4}+c$

(b) $y=\frac{x^4}{4}+c$

(c) $y=x+c$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(iii) The equation of line of action of the resultant of coplanar forces is :

(a) $Yx-Xy=0$

(b) $Yx-Xy+G=0$

(c) $Xx-Yy+G=0$

(d) None of the above

समतलीय बलों के परिणामी की क्रिया-रेखा का समीकरण है :

(a) $Yx-Xy=0$

(b) $Yx-Xy+G=0$

PPULearn

DOWNLOADED FROM PPULearn.com

(c) $Xx - Yy + G = 0$

(d) उपरोक्त में से कोई नही

(iv) Change of velocity with respect to time is called :

(a) Force

(b) Displacement

(c) Acceleration

(d) None of the above

समय के सापेक्ष वेग में परिवर्तन कहलाता है :

(a) बल

(b) विस्थापन

(c) त्वरण

(d) उपरोक्त में से कोई नही

(v) The differential equation of S.H.M. is :

(a) $\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x$

(b) $\frac{dx}{dt} = -\mu x$

(c) $\frac{d^2x}{dt^2} = \mu x$

(d) None of these

सरल आवर्त गति का अवकल समीकरण है :

(a) $\frac{d^2x}{dt^2} = -\mu x$

(b) $\frac{dx}{dt} = -\mu x$

(c) $\frac{d^2x}{dt^2} = \mu x$

(d) इनमें से कोई नही

(vi) If $y = \sqrt{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

(a) $\frac{1}{2}\sin x.\cos x$

(b) $\sqrt{\cos x}$

(c) $\sqrt{\sin x}.\cos x$

(d) None of these

यदि $y = \sqrt{\sin x}$, तब $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $\frac{1}{2}\sin x.\cos x$

(b) $\sqrt{\cos x}$

PPULearn

DOWNLOADED FROM PPULearn.com

(c) $\sqrt{\sin x}.\cos x$

(d) इनमें से कोई नहीं

(vii) If $y = x\sin(a+y)$, then $\frac{dy}{dx}$ is

(a) $\frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$

(b) $\frac{\sin a}{\sin^2(a+y)}$

(c) $\frac{\sin(a+y)}{\cos a}$

(d) None of the above

यदि $y = x\sin(a+y)$, तब $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $\frac{\sin^2(a+y)}{\sin a}$

(b) $\frac{\sin a}{\sin^2(a+y)}$

(c) $\frac{\sin(a+y)}{\cos a}$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(viii) If $y = \sin(\log x)$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

(a) $\frac{\log x}{\sin x}$

(b) $\frac{1}{x}\cdot\cos(\log x)$

(c) $\cos(\log x)$

(d) None of these

यदि $y = \sin(\log x)$, तब $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $\frac{\log x}{\sin x}$

(b) $\frac{1}{x}\cdot\cos(\log x)$

(c) $\cos(\log x)$

(d) इनमें से कोई नहीं

(ix) If $x^x = y^y$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

(a) $-\frac{y}{x}$

(b) $-\frac{x}{y}$

PPULearn

DOWNLOADED FROM PPULearn.com

(c) $\frac{1+\log x}{1+\log y}$

(d) None of the above

यदि $x^x = y^y$, तब $\frac{dy}{dx}$ है :

(a) $-\frac{y}{x}$

(b) $-\frac{x}{y}$

(c) $\frac{1+\log x}{1+\log y}$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

(x) $\int \log x \, dx$ is equal to :

(a) $x\log x - x + c$

(b) $\frac{1}{x} + c$

(c) $x\log x + c$

(d) None of the above

$\int \log x \, dx$ के समान है :

(a) $x\log x - x + c$

(b) $\frac{1}{x} + c$

(c) $x\log x + c$

(d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Group-A / (समूह-अ) [20 marks each]

2. (a) If $y = \sin(ax+b)$, then find y_n.

यदि $y = \sin(ax+b)$, तब y_n का मान प्राप्त कीजिए।

(b) State and prove Leibnitz theorem on successive differentiation.

लाइबनिज़ के उत्तरोत्तर अवकलन की प्रमेय का कथन दीजिए और सिद्ध कीजिए।

3. (a) Show that : $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8}\log 2$

दिखाइए कि : $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8}\log 2$

PPULearn

DOWNLOADED FROM PPULearn.com

(b) Evaluate : $\int \frac{x\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{x\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}dx$

4. (a) Solve : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\frac{y}{x}$

हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan\frac{y}{x}$

(b) Solve : $\frac{dy}{dx}(1+x^2)\cdot\tan^{-1}x + y = 0$

हल कीजिए : $\frac{dy}{dx}(1+x^2)\cdot\tan^{-1}x + y = 0$

5. (a) Solve : $(x+1)\cdot\frac{dy}{dx} + 1 = 2e^{-y}$

हल कीजिए : $(x+1)\cdot\frac{dy}{dx} + 1 = 2e^{-y}$

(b) Solve : $x\frac{dy}{dx} + 3y = x$

हल कीजिए : $x\frac{dy}{dx} + 3y = x$

Group-B/ (समूह-ब) [20 marks each]

6. If $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ are three non-coplanar vectors, then prove that $\vec{b}\times\vec{c},\vec{c}\times\vec{a},\vec{a}\times\vec{b}$ are also non-coplanar.

यदि $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ कोई तीन गैर-समतलीय सदिश हैं, तब सिद्ध कीजिए कि $\vec{b}\times\vec{c},\vec{c}\times\vec{a},\vec{a}\times\vec{b}$ भी गैर-समतलीय होंगे।

7. (a) Prove that : $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c} = (\vec{a}\cdot\vec{c})b - (\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{a}$

सिद्ध कीजिए : $(\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c} = (\vec{a}\cdot\vec{c})b - (\vec{b}\cdot\vec{c})\vec{a}$

(b) Write down the necessary and sufficient condition that the three non-parallel, non-zero vectors $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ be coplanar.

$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ कोई तीन गैर-समानांतर, गैर-शून्य सदिश हैं। इनके समतलीय होने की आवश्यक एवं अनिवार्य शर्त लिखिए।

Group-C/ (समूह-स) [20 marks each]

8. (a) Find the radial acceleration of a particle $P(r,\theta)$ describing a smooth curve.

किसी कण $P(r,\theta)$ जो एक निष्कोण वक्र को वर्णित करता है, का त्रिज्य त्वरण ज्ञात कीजिए।

PPULearn

DOWNLOADED FROM PPULearn.com

(b) Find the radial velocity of a particle $P(r, \theta)$ describing a smooth curve.

किसी कण $P(r, \theta)$ जो एक निष्कोण वक्र को वर्णित करता है, का त्रिज्य वेग ज्ञात कीजिए।

9. (a) Obtain necessary and sufficient conditions for the equilibrium of a system of coplanar forces acting on a rigid body.

एक दृढ़पिण्ड पर कार्य करने वाले समतलीय बलों की प्रणाली के संतुलन के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त शर्तें प्राप्त कीजिए।

(b) Find the equation of the line of action of the resultant of coplanar system of forces acting on a rigid body.

किसी दृढ़पिण्ड पर कार्य करने वाली समतलीय बल प्रणाली के परिणामी की क्रिया-रेखा का समीकरण प्राप्त कीजिए।

THE END

DOWNLOADED FROM PPULearn.com