

Degree (Part-I) Examination, 2025

(Subsidiary/Vocational)

MATHEMATICS

Paper Code :

| |
|---------------------|
| For Sc. : 120401 |
| For Voc. : 140401 |
| For Arts.. : 221501 |

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 100

Note : Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable. The questions are of equal value. Answer **five** questions in all. **Question No. 1** is **compulsory**. Besides this attempt at least **one** question from each section.

परीवार्थियों यथासंभव अपने शब्दों में ही उत्तर दें। सभी प्रश्न समान अंक के हैं। कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्न सं. 1 अनिवार्य है। इसके अलावा प्रत्येक खंड से कम से कम से एक प्रश्न का उत्तर दीजिये।

1. Answer all the questions.

सभी प्रश्नों के उत्तर बीजिए :

(i) In the group of non-zero rational numbers under the binary operation “*” given by $a * b = a + b + 1$, the inverse of 2 is :

(a) -2

(b) -1

~~(c)~~ -4

(d) None of these

$a * b = a + b + 1$ द्वारा दिए गए बाइनरी ऑपरेशन “*” के तहत गैर-शून्य परिमेय संख्याओं के समूह में, 2 का व्युक्तम है :

(a) -2

(b) -1

(c) -4

(d) इनमें से कोई नहीं

(ii) If A, B and C are non-empty sets, then $(A - B) \cup (B - A)$ is :

(a) $(A \cup B) - (A \cap B)$

221501/120401/ (2)

140401-4550

(b) $A - (A \cap B)$

~~(c)~~ $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

(d) $(A \cup B) - B$

यदि A, B और C गैर-रिक्त समुच्चय हैं, तो
 $(A - B) \cup (B - A)$ है :

(a) $(A \cup B) - (A \cap B)$

(b) $A - (A \cap B)$

(c) $(A \cap B) \cup (A \cup B)$

(d) $(A \cup B) - B$

(iii) Suppose $S = \{1, 2, 3\}, T = \{1, 3, 5\}$ and
 $K = \{2, 3, 4, 5\}$, then which of the following is
correct ?

~~(a)~~ $S \cup T = \{1, 2, 3\}$

(b) $S \cup K = \{1, 2, 3, 4\}$

(c) $S \cap T = \{1, 2, 3\}$

~~(d)~~ None of these

मान लीजिए $S = \{1, 2, 3\}, T = \{1, 3, 5\}$ और
 $K = \{2, 3, 4, 5\}$, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही

(a) $S \cup T = \{1, 2, 3\}$

(b) $S \cup K = \{1, 2, 3, 4\}$

(c) $S \cap T = \{1, 2, 3\}$

(d) इनमें से कोई नहीं

(iv) If $(1, \omega, \omega^2)$ is an abelian group under multiplication, then identity element is :

~~(a)~~ 1

(b) 0

(c) -1

(d) ω

अगर $(1, \omega, \omega^2)$ गुणन के तहत एक एबेलियन समूह है,
तो पहचान तत्व है :

(a) 1

(b) 0

(c) -1

(d) ω

(v) Which of the following are necessarily true ?

(a) $|AB| > |A||B|$
 (b) $|AB| < |A||B|$
~~(c)~~ $|AB| = |A||B|$
 (d) None of these

निम्नलिखित में से कौन-सा आवश्यक रूप से सत्य है ?

(a) $|AB| > |A||B|$
 (b) $|AB| < |A||B|$
 (c) $|AB| = |A||B|$
 (d) इनमें से कोई नहीं

(vi) If $A = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & x-2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix, then $x =$

(a) 3
~~(b)~~ 6
 (c) 8
 (d) 4

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & x-3 & x-2 \\ 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & -5 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है,

तो $x =$

- (a) 3
- (b) 6
- (c) 8
- (d) 4

(vii) Let $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 \leq 7\}$, then supremum of A is :

~~(a)~~ 7

- (b) 3
- (c) Does not exist
- (d) 0

माना $A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x^2 \leq 7\}$, तो A का सर्वोच्च मूल्य है :

- (a) 7
- (b) 3

(c) मौजूद नहीं

(d) 0

(viii) The conic $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ represents :

(a) Hyperbola

(b) Parabola

(c) Ellipse

(d) Circle

शंकु $x^2 + 4xy + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$ दर्शाता
है :

(a) अतिपरवलय

(b) परवलय

(c) दीर्घवृत्त

(d) वृत्त

(ix) The acute angle between the lines $x - 2 = 0$ and $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$ is :

(a) 0°

30°

(c) 45°

(d)

60°

रेखाओं $x - 2 = 0$ तथा $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$ के बीच का न्यून कोण है :

| | | | |
|-----|------------|-----|------------|
| (a) | 0° | (b) | 30° |
| (c) | 45° | (d) | 60° |

(x) Which one of them is not interval ?

(a) $(1, 2)$

(b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(c) $(3, \pi)$

(d) $(2\pi, 180)$

इनमें से कौन अंतराल नहीं है ?

(a) $(1, 2)$

(b) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(c) $(3, \pi)$

(d) $(2\pi, 180)$



Section-A / भाग-अ

2. (a) Prove that $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

सिद्ध कीजिए $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

(b) Prove that $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

सिद्ध कीजिए $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

3. (a) Define equivalence relation. Prove that the relation of equality in the set of real numbers is an equivalence relation.

तुल्यता सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए कि वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में समानता का सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध है।

(b) Prove that only one-one onto function possesses an inverse function.

सिद्ध कीजिए कि केवल एक-एक आच्छादित फलन में व्युक्त फलन होता है।

4. (a) Prove that $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

सिद्ध कीजिए $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

(b) Prove that the set of integers is an abelian group

221501/120401/

(9)

140401-4550

under addition operation.

सिद्ध कीजिए कि योगात्मक संक्रिया के अन्तर्गत पूर्णांकों का समुच्चय एक अबेलियन समूह है।

5. (a) Define a field with an example.

उदाहरण सहित फील्ड को परिभाषित कीजिए।

(b) Distinguish between an integral domain and a field.

फील्ड तथा इंटीग्रल डोमेन में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

Section-B / खण्ड-ब

6. (a) Prove that $(AB)' = B'A'$.

सिद्ध कीजिए $(AB)' = B'A'$.

(b) If $AB=BA$, then prove that :

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

यदि $AB=BA$, तो सिद्ध कीजिए :

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

7.

(a) Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

मैट्रिक्स का व्युक्तम ज्ञात कीजिए $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$.

(b) Find the rank of matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix}$.

मैट्रिक्स का रैंक ज्ञात कीजिए $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \\ 3 & 6 & 10 \end{bmatrix}$.

8. (a) Prove that the intersection of two convex sets is a convex set.

सिद्ध कीजिए कि दो उत्तल समुच्चयों का प्रतिच्छेद एक उत्तल समुच्चय होता है।

(b) Solve the LPP graphically :

$$\text{Max} \quad Z = 5x_1 + 3x_2$$

Subject to $3x_1 + 5x_2 \leq 15$
 $5x_1 + 2x_2 \leq 10$
 $x_1, x_2 \geq 0$

एल पी पी को रेखांकन द्वारा हल कीजिए :

उच्चार $Z = 5x_1 + 3x_2$

प्रतिवन्ध $3x_1 + 5x_2 \leq 15$
 $5x_1 + 2x_2 \leq 10$
 $x_1, x_2 \geq 0$

9. Solve the LPP using Simplex method

Max $Z = 3x_1 + 2x_2$

Subject to $x_1 + x_2 \leq 4$
 $x_1 - x_2 \leq 2$
 $x_1, x_2 \geq 0$

सिम्प्लेक्स विधि का प्रयोग करते हुए एल पी पी को हल कीजिए

उच्चार $Z = 3x_1 + 2x_2$

प्रतिवन्ध $x_1 + x_2 \leq 4$
 $x_1 - x_2 \leq 2$
 $x_1, x_2 \geq 0$

221501/120401/ (12)
140401-4550



Section-C / ਖਣਡ-ਸ

10. (a) Prove that $\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \dots \infty$.

ਸਿਖ ਕੀਜਿਏ $\sin \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \dots \infty$.

(b) Find all the roots of $(-1)^{\frac{1}{7}}$.

$(-1)^{\frac{1}{7}}$ ਕੇ ਸਾਰੀ ਮੂਲ ਜਾਤ ਕੀਜਿਏ।

1. (a) Prove that :

$$\log(\alpha + i\beta) = \frac{1}{2} \log(\alpha^2 + \beta^2) + i \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}.$$

ਸਿਖ ਕੀਜਿਏ :

$$\log(\alpha + i\beta) = \frac{1}{2} \log(\alpha^2 + \beta^2) + i \tan^{-1} \frac{\beta}{\alpha}.$$

(b) If $\sin(\theta + i\alpha) = x + iy$, then prove that

$$\frac{x^2}{\sin^2 \theta} - \frac{y^2}{\cos^2 \theta} = 1.$$

ਯਦਿ $\sin(\theta + i\alpha) = x + iy$, ਤੋ ਸਿਖ ਕੀਜਿਏ ਕਿ

$$\frac{x^2}{\sin^2 \theta} - \frac{y^2}{\cos^2 \theta} = 1.$$

12. (a) Prove that the every convergent sequence is bounded.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिवद्ध है।

(b) Show that the sequence $\{u_n\}$, where

$$u_n = \left(1 + \frac{1}{u}\right)^n \text{ is convergent.}$$

दर्शाइए कि अनुक्रम $\{u_n\}$, जहाँ $u_n = \left(1 + \frac{1}{u}\right)^n$ अभिसारी है।

13. (a) State and prove D' Alembert's ratio test for positive terms series.

द्वनामक पदों वाली शृंखला के लिए 'डी' अलेम्बर्ट के अनुपात परीक्षण को लिखकर सिद्ध कीजिए।

(b) Test the convergence of the series whose general term is $\sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1}$.

उस शृंखला के अभिसरण का परीक्षण कीजिए जिसका सामान्य पद $\sqrt{n^4 + 1} - \sqrt{n^4 - 1}$ है।

14. (a) Prove that if a function is differentiable then it must be continuous at that point.

सिद्ध कीजिए कि यदि कोई फलन अवकलनीय है, तो वह उस विन्दु पर सतत होना चाहिए।

(b) If $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}; x \neq 0$ and $f(0) = 0$, then show that it is continuous at $x = 0$.

यदि $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}; x \neq 0$ तथा $f(0) = 0$, तो दर्शाइए कि यह $x = 0$ पर सतत है।

Section-D / खण्ड-४

15. (a) Obtain the equation of a system of co-axial circles.

समाक्षीय वृत्तों की प्रणाली का समीकरण प्राप्त कीजिए।

(b) Show that the radical axis of two circles is perpendicular to the line of centres.

दर्शाइए कि दो वृत्तों का मूल अक्ष केन्द्र रेखा के लम्बवत् है।

16. Find the equation of the tangent to the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ at (x_1, y_1) .

(x_1, y_1) पर शंकु $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ की स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Section-E / चरण-४

17. (a) If l, m, n are the direction cosine of a line, then prove that $l^2 + m^2 + n^2 = 1$.

यदि l, m, n एक रेखा की दिशा कोज्या है, तो सिद्ध कीजिए कि $l^2 + m^2 + n^2 = 1$.

(b) Prove that a first degree equation represents a plane.

सिद्ध कीजिए कि प्रथम डिग्री समीकरण समतल को दर्शाता है।

18. (a) Show that four points $(0, -1, -1), (4, 5, 1), (3, 9, 4)$ and $(-4, 4, 4)$ are coplanar.

सिद्ध कीजिए कि चार बिन्दु $(0, -1, -1), (4, 5, 1), (3, 9, 4)$ तथा $(-4, 4, 4)$ समतलीय हैं।

(b) Find the condition that the two straight lines should intersect (i.e. be coplanar).

वह प्रतिवंश ज्ञात कीजिए जिसमें दो सीधी रेखाएँ एक दूसरे को प्रतिच्छेद करें (अर्थात् समतलीय हों)।

THE END